

Zadanie 6.

Obliczamy wyznacznik macierzy podanego układu równań:

$$\det \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} = 3 \cdot 0 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot (-1) - (-1) \cdot 0 \cdot 1 - 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 0 \cdot 3 \cdot 3 = -2$$

Wyznacznik jest niezerowy czyli istnieje jednoznaczne rozwiązanie. Ze środkowego równania mamy $x = 1$, podstawiamy x do pozostałych równań i dostajemy:

$$\begin{cases} 2y - z = -2 \\ 3y - z = 1 \end{cases}$$

Odejmujemy stronami pierwsze z tych równań od drugiego, co daje $y = 3$, podstawiamy to "y" do drugiego równania i mamy $z = 8$. Rozwiązaniem układu jest trójka liczb **(1; 3; 8)**.

Zadanie 7.

Wystarczy całka pojedyncza. Obszar całkowania to niby-trójkąt ograniczony od dołu przez oś X, z prawej strony przez pionową linię $x = 1$, a od góry przez wykres paraboli $y = x^2$. Ta parabola przechodzi przez punkty (0;0) i (1;1). Dzielimy obszar całkowania na wąskie pionowe paski o szerokości dx . Wysokość każdego z pasków wynosi x^2 czyli całe pole P to:

$$P = \int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

Zadanie 8.

Stosujemy wzór na całkowanie przez części: $\int f'g = fg - \int fg'$. Funkcją $g(x)$ będzie "x" który różniczkujemy, a funkcją $f(x)$ jest sinus, który całkujemy:

$$\int x \sin x dx = x(-\cos x) - \int 1 \cdot (-\cos x) dx = -x \cos x + \sin x + C$$
