

Zestaw zadań 2: Liczby zespolone.¹

(1) Wyznaczyć wszystkie pary liczb rzeczywistych x, y spełniające równość:

(a) $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$, (b) $(2 + 3i)x + (4 - 5i)y = 6 - 2i$,

(c) $(4 - 3i)2x + (1 + i)2y = 7 - 12i$, (d) $\frac{2+i}{3-i}x + \left(\frac{4-i}{3-i}\right)^2 y = 1 + i$.

(2) Rozwiązać układ równań:

(a) $\begin{cases} (1+i)z + (2-i)w = 2 - 21 \\ (1-i)z - (3+i)w = -3 + 3i \end{cases}$; (b) $\begin{cases} (3-i)z + (4+2i)w = 2 + 6i \\ (4+2i)z - (2+3i)w = 5 + 4i \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} \frac{z}{2-i} + \frac{w}{1+i} = 2 \\ \frac{z}{5z} + \frac{w}{2w} = 3 \end{cases}$.

(3) Rozwiązać równania:

(a) $z^2 + 3z + 3 + i = 0$, (b) $z^2 + (1 + 4i)z - (5 + i) = 0$,

(c) $z^2 + z(1 + i) + 2i = 0$, (d) $(4 - 3i)z^2 - (2 + 11i)z - (5 + i) = 0$.

(4) Rozwiązać równania:

(a) $z^4 + 2z^2 + 4 = 0$, (b) $z^4 + (15 + 7i)z^2 + 8 = 0$, (c) $z^4 - (18 + 4i)z^2 + 77 - 36i = 0$.

(5) Rozwiązać równania:

(a) $(1 + i)z^2 - (3 + 7i)z + 10i = 0$;

(b) $(1 + 2i)z^2 - (-1 + 8i)z + (-5 + 5i) = 0$;

(c) $(1 + 2i)z^2 - (1 + 7i)z + (-2 + 6i) = 0$;

(d) $(1 + i)z^2 - (1 + 5i)z + (-2 + 6i) = 0$;

(e) $(1 - i)z^2 - (7 + 3i)z + 10i = 0$;

(f) $(1 - 2i)z^2 - (4 + 7i)z + (7 + i) = 0$;

(g) $(1 + i)z^2 - (3 + 3i)z + (4 + 2i) = 0$;

¹Liczby zespolone, konieczne potrzebne do znajdowania rzeczywistych pierwiastków wielomianów stopnia 3, pojawiły się po raz pierwszy w 1545 r. w "Ars magna" Girolamo Cardano (1501 - 1576). Symbol i dla $\sqrt{-1}$ wprowadził Leonhard Euler w 1777 r.