

Zadanie 2a.

Założenie: $x \neq 4$.

Ułamek jest ujemny gdy licznik i mianownik mają przeciwne znaki.

Przypadek pierwszy: licznik jest dodatni, mianownik ujemny. Daje to warunki:

$2x + 1 > 0$ oraz $x - 4 < 0$ co prowadzi do pary nierówności: $x > -1/2$ oraz $x < 4$ czyli

$$x \in (-1/2; 4)$$

Przypadek drugi: licznik jest ujemny, mianownik dodatni. Daje to warunki:

$2x + 1 < 0$ oraz $x - 4 > 0$ co prowadzi do pary nierówności: $x < -1/2$ oraz $x > 4$. **Sprzeczność.**

Rozwiązaniem jest więc podany wyżej przedział $(-1/2; 4)$.

Zadanie 2b.

Założenie: $x \neq -3$.

Przenosimy wszystko na lewą stronę i sprowadzamy do wspólnego mianownika.

Zauważ, że $3x+9 = 3(x+3)$ więc ta operacja nie jest trudna.

$$\frac{3x-8}{x+3} - \frac{9-2x}{3x+9} = \frac{3(3x-8) - (9-2x)}{3x+9} = \frac{11x-33}{3x+9} \geq 0$$

Jeszcze możemy wszystko podzielić przez 11 i pomnożyć przez 3 do daje:

$$\frac{x-3}{x+3} \geq 0$$

Równość zachodzi, gdy $x = 3$ (dołączymy to rozwiązanie) a poza tym ułamek jest dodatni gdy licznik i mianownik mają jednakowe znaki.

Przypadek pierwszy: licznik i mianownik są dodatnie. Daje to warunki:

$x - 3 > 0$ oraz $x + 3 > 0$ co prowadzi do pary nierówności: $x > 3$ oraz $x > -3$ czyli (ponieważ silniejsze jest $x > 3$)

$$x \in (3; +\infty)$$

Przypadek drugi: licznik i mianownik są ujemne. Daje to warunki:

$x - 3 < 0$ oraz $x + 3 < 0$ co prowadzi do pary nierówności: $x < 3$ oraz $x < -3$ czyli (ponieważ silniejsze jest $x < -3$)

$$x \in (-\infty; -3)$$

Rozwiązaniem jest złożenie obu tych przypadków i jeszcze dodanie możliwości $x = 3$, bo nierówność jest nieostra. Dostajemy:

$$x \in (-\infty; -3) \cup < 3; +\infty)$$

Pozdrowienia - Antek.