

Zastępuję znak nierówności przez znak zapytania, bo potem trzeba będzie zrobić wszystko “od końca”. Zobaczysz zresztą.

Rozpisujemy prawą stronę nierówności używając wzorów skróconego mnożenia:

$$\frac{1}{2}(a^4 + a^2 + 1) \text{ ? } \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{(a-1)(a+1)}$$

Ponieważ $a > 0$ to wolno skrócić $a - 1$ po prawej stronie. Mnożymy obie strony przez 2. Lewą stronę też da się rozpisać w taki sposób:

$$(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1) \text{ ? } 2 \frac{a^2 + a + 1}{a + 1}$$

Skracamy $a^2 + a + 1$ (wolno tak zrobić, bo $a > 1$, więc to wyrażenie jest dodatnie). Mnożymy obie strony przez $a + 1$.

$$(a^2 - a + 1)(a + 1) \text{ ? } 2$$

“Zwijamy” lewą stronę stosując wzór skróconego mnożenia:

$$a^3 + 1 \text{ ? } 2 \tag{1}$$

Doprowadziliśmy do sytuacji, gdy dla $a > 1$ możemy postawić znak $\geq$ w wyrażeniu (1). Ale **UWAGA!** To, że udało się sprowadzić początkową nierówność do postaci (1), **NIE jest dowodem!**

Teraz trzeba zacząć “od końca”, czyli wychodzimy od prawdziwej nierówności:

$$a^3 + 1 \geq 2$$

Rozpisujemy lewą stronę...

$$(a^2 - a + 1)(a + 1) \geq 2$$

... dzielimy obie strony przez $a + 1$, i tak dalej, postępujemy odwrotnie, niż poprzednio, ale znaki ? już formalnie zastępujemy znakiem nierówności.

Widzisz tę technikę?

Najpierw przekształcamy nierówność tak, aby otrzymać wyrażenie (1), które jest “pewniakiem”, a potem jedziemy od (1) w górę, już będąc pewnym nierówności.

Gdybym napisał najpierw wyrażenie (1) i potem robił na nim magiczne sztuczki to nie byłoby wiadomo, skąd się wzięły. A w ten sposób widzisz, jak się rozumuje.

Oczywiście nauczycielowi możesz pokazać tylko tą drugą część, ale jak się spyta: “skąd to bierzesz” to pokaż też część pierwszą.

Pozdrowienia - Antek