ZESTAW 9

Pochodna funkcji wielu zmiennych

1. Wyznaczyć i przedstawić geometrycznie dziedzinę funkcji:

a) $f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}$; b) $f(x,y)=\sqrt{(x^2+y^2-9)(4-x^2-y^2)}$; c) $f(x,y)=\dfrac{\ln(x+y)}{\sqrt{y-x}}$.

2. Obliczyć pochodne cząstkowe pierwszego i drugiego rzędu funkcji:

a) $f(x,y)=2x^3+3x^2y-5xy^3+y^4$; b) $f(x,y,z)=x^2yz^3-xz^4+2xy^2+y^3z^2+3z^3$;

c) $f(x,y)=\dfrac{x^3-y^3}{xy}$; d) $f(x,y,z)=x^y-z^x$.

3. Obliczyć gradient funkcji w podanych punktach:

a) $f(x)=x^3\cdot 2^y$, $x^2=(-1,-1)$;

b) $f(x,y)=(x-2)^2+(y-4)^2$, $x^1=(3,5)$.

4. Obliczyć pochodną cząstkową:

a) $\dfrac{\partial^4 f}{\partial x\partial y^3}$ funkcji $f(x,y)=xe^{-y}$; b) $\dfrac{\partial^3 f}{\partial x\partial y\partial z}$ funkcji $f(x,y,z)=\dfrac{x^2y^3}{z}$.

5. Wyznaczyć pochodną funkcji:

a) $f(x,y)=\sin x\cos y$ w punkcie (0, π) w kierunku wektora $a=\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

b) $f(x)=5^x\cdot\sqrt{y}$ w punkcie (0,1) w kierunku $a=(1,-2)$.

6. Wykorzystując pojęcie różniczki obliczyć:

a) przybliżoną wartość funkcji $f(x,y)=xe^y$ w punkcie (1,01; 0,03);

b) przybliżoną wartość wyrażenia $\frac{1{,}94^2}{\sqrt{10}}$.

7. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji:

a) $f(x,y)=x^3+8y^3-6xy+5$, b) $f(x,y)=x^2-xy+2y^2-x+4y-5$,

c) $f(x,y)=(x-1)^2-2y^2$, d) $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$.