

Metoda:

Wykorzystamy fakt, że przekątne rombu dzielą się na połowy w punkcie przecięcia i przecinają się pod kątem prostym. Rozumiem, że punkty A i C leżą naprzeciw siebie, punkty B i D są końcami przekątnej prostopadłej do AC.

Wyznamy prostą AC, znajdziemy środek S rombu (czyli odcinka AC), następnie znajdziemy prostą BD prostopadłą do AC, przechodzącą przez S. Na tej prostej znajdziemy punkty B i D takie, że ich odległości od S są równe $16/2 = 8$.

Prosta AC ma równanie: $y = ax + b$. Podstawiamy współrzędne punktów A i C do tego równania i dostajemy układ równań:

$$\begin{cases} -2 = -3a + b \\ 4 = 6a + b \end{cases}$$

Rozwiązujemy ten układ w dowolny sposób (tu umiesz, prawda?) i dostajemy $a = \frac{2}{3}$; $b = 0$ czyli prosta AC ma równanie: $y = \frac{2}{3}x$.

Środek S odcinka AC ma współrzędne:

$$S = \left(\frac{-3+6}{2}, \frac{-2+4}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 1 \right)$$

Prosta BD prostopadła do AC i przechodząca przez S ma równanie [przy x wstawiamy odwrotność współczynnika prostej AC ze znakiem minus] $y = -\frac{3}{2}x + c$; stałą "c" wyznaczamy wstawiając współrzędne punktu S do równania prostej:

$$1 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + c \quad \text{zatem} \quad c = \frac{13}{4}$$

Prosta BD ma więc równanie:

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{4} \quad (1)$$

Teraz używamy wzoru na odległość punktu od prostej. Jeśli prosta jest w postaci $Ax + By + C = 0$ to odległość punktu (x_0, y_0) od tej prostej podaje wzór poniżej.

My mamy znaleźć punkty odległe o $d = 8$ od prostej AC [NIE od BD !!!] i spełniające równanie (1). Czyli z równania prostej AC mamy: $A = 2/3$; $B = -1$; $C = 0$; $d = 8$ (połowa odległości BD)

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{zatem} \quad 8 = \frac{\left| \frac{2}{3}x_0 - 1y_0 + 0 \right|}{\sqrt{\frac{2^2}{3^2} + (-1)^2}} = \frac{|2x - 3y|}{\sqrt{13}} \quad (2)$$

(W ostatnim przejściu pominąłem "0" w indeksie, brzydko, ale mniej pisania).

Równania (1) i (2) dają układ na współrzędne (x,y) punktów B i D. Zauważ, że równanie (2) to tak naprawdę dwa równania, w jednym bierzemy wartość bezwzględną w liczniku ze znakiem +, w drugim ze znakiem -. Podstawiamy "y" z równania (1) do (2) i dostajemy równania na "x"

$$8 = \frac{2x - 3 \left(-\frac{3}{2}x + \frac{13}{4} \right)}{\sqrt{13}} \quad \text{oraz} \quad 8 = -\frac{2x - 3 \left(-\frac{3}{2}x + \frac{13}{4} \right)}{\sqrt{13}}$$

Po (obrzydliwych, choć prostych) przekształceniach dostajemy dwie pary współrzędnych

$$B = \left(\frac{3}{2} + \frac{13}{\sqrt{13}}; 1 - \frac{24}{\sqrt{13}} \right) \quad \text{oraz} \quad D = \left(\frac{3}{2} - \frac{13}{\sqrt{13}}; 1 + \frac{24}{\sqrt{13}} \right)$$

Oczywiście mogłem się pomylić, ale metoda jest dobra. W razie pytań pisz proszę na priv.