

ZESTAW 8

Zastosowanie pochodnej funkcji jednej zmiennej

1. Napisz równanie stycznej do krzywej

a) $y = \sin x$ w p-cie $x_0 = \frac{\pi}{6}$,

b) $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ w $x_0 = 1$.

2. Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji:

a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$, b) $h(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2$, c) $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 1$

d) $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$, e) $g(x) = \frac{x^2}{x-3}$, f) $s(x) = \frac{x^3}{x^2 - x - 2}$.

3. Wykorzystując pojęcie różniczki funkcji obliczyć przybliżoną wartość:

a) $\ln 1,02$,

b) $\sqrt[3]{28}$,

c) $\sqrt[4]{15}$,

d) $\frac{1}{\sqrt[3]{8,1}}$,

e) $\sqrt[10]{e}$.

4. Wykorzystując różniczkę pierwszego rzędu, obliczyć przybliżoną wartość funkcji

a) $f(x) = \sqrt[5]{x}$ dla $x = 245$,

b) $g(x) = \cos x$ dla $x = \frac{11}{40}\pi$.

6. Korzystając z reguły de l'Hospitala obliczyć granice:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\operatorname{tg} x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x^2},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{\sin 2x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+5x)}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^x - 5}{x - 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{4\operatorname{tg} x}.$$

7. Ustalić liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru m .

a) $2x^3 + 3x^2 - 12x - m = 0$,

b) $e^{-x} = m$,

c) $|\ln x| = m$.