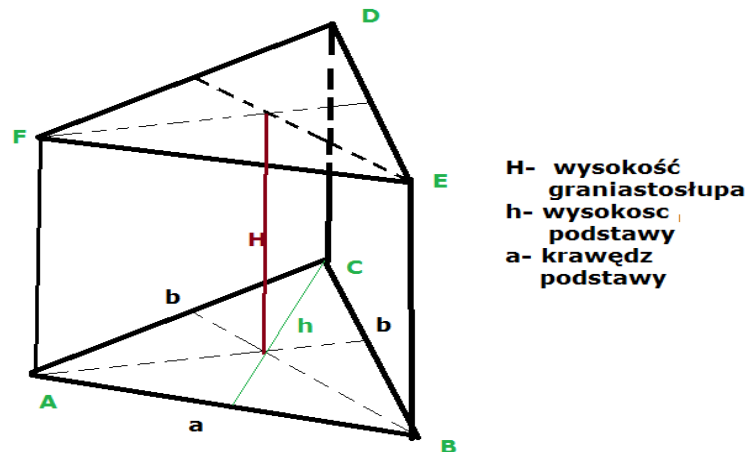


Zad 3.



Rys. Graniastosłup prawidłowy trójkątny

Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego wyraża się wzorem $V = P_{\Delta} \times H = 108 \text{ cm}^3$

Stąd H wysokość graniastosłupa wyraża się wzorem $H = 108 / P_{\Delta}$. Z warunków zadania mamy, że wysokość podstawy

która jest wysokością ΔABC wynosi $h = 2 P_{\Delta} / a$. Ponieważ ciąg geometryczny jest wyrażony wymiarami w odpowiedniej kolejności; zapiszemy ten nasz ciąg geometryczny w postaci $\{b\} = \{2 P_{\Delta} / a ; a ; 108 / P_{\Delta} ; \dots\}$

Z definicji i własności ciągu geometrycznego mamy, że iloraz ciągu geometrycznego jest stały i wynosi q czyli:

$q = b_2 / b_1 = b_3 / b_2$. Podstawiając nasze dane z wyrazu ogólnego ciągu –mamy, że : $q = a^2 / 2 P_{\Delta}$ oraz $q = 108a / P_{\Delta}$.

Rozwiązując ten warunek zbieżny w postaci układu równań otrzymujemy , że

$$a^2 / 2 P_{\Delta} = 108a / P_{\Delta} \text{ czyli : } a^2 P_{\Delta} = 216 a P_{\Delta} \text{ -wyłączając } a \text{ sprzed równania otrzymamy:}$$

$$a (a P_{\Delta} - 216) = 0 \text{ co zachodzi gdy } a \neq 0 \text{ tylko w przypadku gdy } a = 216 / P_{\Delta}.$$

Mając wyznaczoną długość podstawy prezentujemy wyrazy naszego ciągu w postaci: $\{b\} = \{2 P_{\Delta}^2 / 216 ;$

$216 / P_{\Delta} ; 108 / P_{\Delta} \}$. Ze wstępu zadania wykazaliśmy , że $b_3 / b_2 = q$ to $(108 / P_{\Delta}) / (216 / P_{\Delta}) = 1/2$ czyli nasz iloraz ciągu geometrycznego wynosi $q = 1/2$. Idąc dalej ponieważ $q = 1/2$ to :

$$a^2 / 2 P_{\Delta} = 1/2 \text{ i}$$

stąd otrzymujemy szukany związek , że : $a = \sqrt{P_{\Delta}}$ i w zależności jaki jest długi bok a takie będziemy mieli pole trójkąta podstawy. Czyli wymiar a jest pierwiastkiem kwadratowym z pola podstawy.