

a) $3 + 4 \cos(0.5x) = -1$

Przenosimy 3 na prawą stronę:

$$4 \cos(0.5x) = -4$$

i następnie dzielimy przez 4:

$$\cos(0.5x) = -1$$

niech $z = 0.5x$, mamy do rozwiązania równanie:

$$\cos(z) = -1$$

którego rozwiązaniem jest:

$$z = \pi + 2k\pi, \text{ gdzie } k \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}$$

Zatem odpowiedź:

$$x = 2\pi + 4k\pi, \text{ gdzie } k \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}.$$

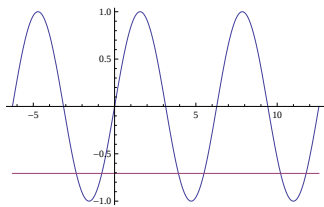
b) $2 \sin(3x) = -\sqrt{2}$

$$\sin(3x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Niech $z = 3x$, wtedy mamy:

$$\sin(z) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

tu jest trochę trudniej, warto spojrzeć na rysunek:



Rysunek 1: sinusoida i funkcja stała

Istnieją dwie serie rozwiązań

$$z = 5/4\pi + 2k\pi \text{ lub } z = 7/4\pi + 2k\pi, \text{ zatem}$$

$$x = 5/12\pi + 2/3k\pi \text{ lub } x = 7/12\pi + 2/3k\pi, \text{ gdzie } k \text{ oczywiście jest całkowite.}$$

c) $\tan(2x - \pi/8) = 1$

Tangens jest równy 1 tylko wówczas gdy jest to $\pi/4$ z dokładnością do π , tzn rozwiązaniem równania $\tan(z) = 1$ jest:

$$z = \pi/4 + k\pi \text{ gdzie } k \text{ całkowite}$$

Zatem skoro $2x - \pi/8 = z$ to mamy:

$$2x - \pi/8 = \pi/4 + k\pi \text{ a stąd}$$

$$x = 3/16\pi + k/2\pi$$

d) $1 + tg^2(\frac{\pi-x}{2}) = (1 + tg(\frac{\pi-x}{2}))^2$

najpierw niech $z = \frac{\pi-x}{2}$, mamy:

$$1 + tg^2(z) = (1 + tg(z))^2. \text{ Podnosimy do kwadratu prawą stronę:}$$

$$1 + tg^2(z) = 1 + 2tg(z) + tg^2(z). \text{ Skracamy co trzeba i:}$$

$$0 = 2tg(z), \text{ czyli po prostu:}$$

$$tg(z) = 0 \text{ rozwiązaniem jest:}$$

$$z = 0 + k\pi = k\pi \text{ gdzie } k - \text{całkowite. Zatem skoro}$$

$$\frac{\pi-x}{2} = k\pi \text{ to mamy:}$$

$$x = \pi - 2k\pi \text{ gdzie } k \text{ jest całkowite.}$$