

Dane:

$$AB = AC = BC = 10 \text{ dm}$$

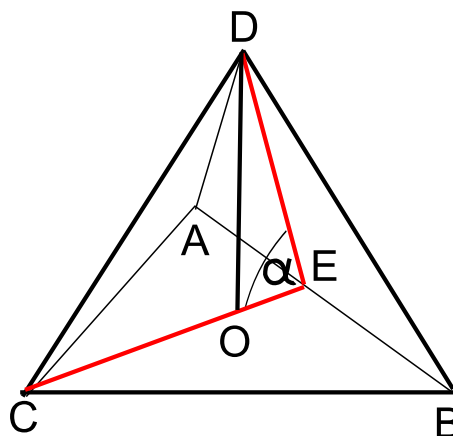
$$AD = BD = CD = 10 \text{ dm}$$

Szukane:

$$S = ?$$

$$V = ?$$

$$\text{ctg } \alpha = ?$$



Ostrosłup jest pokazany na rysunku. Podstawa (trójkąt równoboczny) to ABC. Każda ze ścian ABD, ACD, BCD jest trójkątem równoramiennym. DO obliczenia pola powierzchni S, objętości V i tangensa zaznaczonego kąta α (kąta OED) będą potrzebne: wysokość ściany bocznej DE, wysokość ostrosłupa OD oraz odcinek OE. Kolejno:

Wysokość ściany DE: Trójkąt BED jest prostokątny, odcinek BE to połowa krawędzi podstawy czyli $BE = 5$, przeciwprostokątna BD to krawędź boczna, $BD = 10$. Z twierdzenia Pitagorasa:

$$|DE| = \sqrt{BD^2 - BE^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \quad (1)$$

Całkowite pole powierzchni S to 4 * pole ściany bocznej, czyli:

$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 100\sqrt{3} \quad (2)$$

Wysokość ostrosłupa OD też da się policzyć z tw. Pitagorasa, ale potrzebne jest OE. Zauważ, że CE jest wysokością, a jednocześnie środkową podstawy, więc $OE = CE/3$. Ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego mamy:

$$|OE| = \frac{|CE|}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10 = \frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

Wobec tego:

$$|OD| = \sqrt{DE^2 - OE^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 - \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2} = 10\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

Objętość V ostrosłupa to pole podstawy * wysokość / 3 czyli:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10\sqrt{\frac{2}{3}} = 250 \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (5)$$

Kotangens kąta α to stosunek OE : OD czyli:

$$\text{ctg } \alpha = \frac{|OE|}{|OD|} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{3}}{10\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (6)$$

Jeśli się nie pomyliłem...

Pozdrowienia - Antek