

Tekst pisany na niebiesko jest komentarzem, nie należy do rozwiązania.

1. Pierwszy przykład

Wyciągamy $-n^2$ przed nawias. Wyrażenie w nawiasie dąży do -1 czyli:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-n^2 + n + \frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[-n^2 \cdot \left(1 - 1/n + 1/n^3\right)\right] = -\infty$$

1. Drugi przykład

Gdy x dąży do 2 obojętnie z której strony to x^2 dąży do 4. ALE: Jeżeli $x > 2$ to całe $x^2 - 4$ jest **dodatnie**, a gdy $x < 2$ to całość jest **ujemna**. W mianowniku mamy więc $+0$ lub -0 .

Są dwie granice:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{-0} = -\infty \quad \text{oraz} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{+0} = +\infty$$

Jeżeli treścią zadania jest “policzyć jednoznaczną granicę” to taka **nie istnieje**.

2.

Dla $x = 3$ obowiązuje górna definicja $f(x)$ czyli funkcja jest wielomianem. Wielomiany są ciągłe w całym zbiorze liczb rzeczywistych więc:

Funkcja **jest ciągła** w punkcie $x = 3$.

3.

Warunek konieczny zbieżności jest spełniony bo $a_n \rightarrow 1/n^2 \rightarrow 0$ w nieskończoności. Wyrażenie na wyraz a_n jest całkowalne dla $n > 0$. Stosujemy kryterium całkowe zbieżności:

$$\int_1^{+\infty} \frac{n^4 + 1}{n^6} dn = \int_1^{+\infty} \left(n^{-2} + n^{-6}\right) dn = \left| \frac{-1}{3n^3} - \frac{-1}{7n^7} \right|_1^{+\infty} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7}$$

Wynik całkowania jest skończony więc **szereg jest zbieżny**.

4.

Nie rozumiem polecenia “znajdź argumenty”. Funkcja przedstawia zwykłą parabolę w kształcie litery U (czyli ma minimum). Znajdujemy położenie minimum przez porównanie pochodnej $f'(x)$ do zera:

$$f'(x) = (x^2 - x + 2)' = 2x - 1 = 0 \quad \text{zatem} \quad x = \frac{1}{2}$$

Wstawiając $1/2$ do wzoru na $f(x)$ otrzymujemy $7/4$.

Najmniejszą wartością funkcji jest **7/4**. Największą wartością jest $+\infty$.

5.

Funkcja jest wielomianem drugiego stopnia (parabolą) i **nie ma asymptot**.
