

Dane:

$$AB = AC = BC = 10 \text{ dm}$$

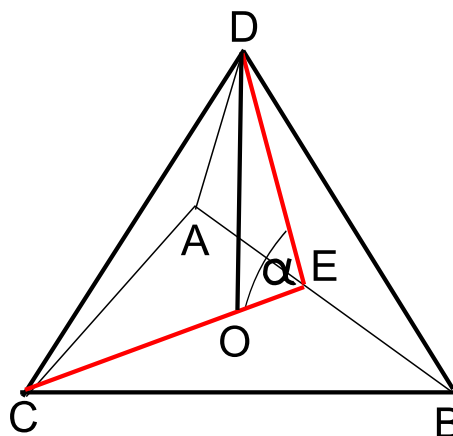
$$AD = BD = CD = 6 \text{ dm}$$

Szukane:

$$S = ?$$

$$V = ?$$

$$\operatorname{tg} \alpha = ?$$



Ostrosłup jest pokazany na rysunku. Podstawa (trójkąt równoboczny) to ABC. Każda ze ścian ABD, ACD, BCD jest trójkątem równoramiennym. DO obliczenia pola powierzchni S, objętości V i tangensa zaznaczonego kąta α (kąta OED) będą potrzebne: wysokość ściany bocznej DE, wysokość ostrosłupa OD oraz odcinek OE. Kolejno:

Wysokość ściany DE: Trójkąt BED jest prostokątny, odcinek BE to połowa krawędzi podstawy czyli $BE = 5 \text{ dm}$, przeciwprostokątna BD to krawędź boczna, $BD = 6 \text{ dm}$. Z twierdzenia Pitagorasa:

$$|DE| = \sqrt{BD^2 - BE^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11} \quad (1)$$

Całkowite pole powierzchni S to suma pola podstawy i 3 * pole ściany bocznej, czyli:

$$S = 10^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{11} = (25\sqrt{3} + 15\sqrt{11}) \text{ dm}^2 \quad (2)$$

Wysokość ostrosłupa OD też da się policzyć z tw. Pitagorasa, ale potrzebne jest OE. Zauważ, że CE jest wysokością, a jednocześnie środkową podstawy, więc $OE = CE/3$. Ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego mamy:

$$|OE| = \frac{|CE|}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10 = \frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

Wobec tego:

$$|OD| = \sqrt{DE^2 - OE^2} = \sqrt{(\sqrt{11})^2 - \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

Objętość V ostrosłupa to pole podstawy * wysokość / 3 czyli:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{\frac{2}{3}} = 50 \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ dm}^3 \quad (5)$$

Tangens kąta α to stosunek OD : OE czyli:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|OD|}{|OE|} = \frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}}{\frac{5\sqrt{3}}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{5} \quad (6)$$

Jeśli się nie pomyliłem...

Pozdrowienia - Antek