

Zakładam, że koło zamachowe jest pełnym walcem i jego moment bezwładności wynosi:

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 0,3^2 = 13,5 \text{ kg m}^2 \quad (1)$$

gdzie:  $m = 300, \text{kg}$  - masa koła,

$R = 0,3 \text{ m}$  - promień zewnętrzny.

Poza tym zakładam ruch jednostajnie przyspieszony koła przy rozpędzaniu i oznaczam:

$n = 50 \text{ obr/min}$  - końcowa częstotliwość obrotu

$t = 8 \text{ s}$  - czas uzyskania tej częstotliwości

$M_0 = 8 \text{ Nm}$  - moment obrotowy na pokonanie tarcia

$r = 0,18 \text{ m}$  - ramię przyłożenia momentu siły rozpędzającego koło.

(a)

Szukam momentu  $M$  siły o ramieniu  $r$  (NIE  $R$  !) potrzebnego do rozpędzenia koła. Moment ten powinien zapewnić pokonanie momentu siły tarcia  $M_0$  i rozpędzić koło do prędkości kątowej  $\omega$  w czasie  $t$ . Zgodnie z II zasadą dynamiki dla ruchu obrotowego ( $\varepsilon$  to przyspieszenie kątowe)

$$M = M_0 + I \varepsilon = M_0 + I \frac{\omega}{t} = M_0 + I \frac{2\pi n}{t} \quad (2)$$

Zauważ, że  $\omega = 2\pi n$ . Sprawdzam wymiar drugiego składnika:

$$\left[ I \frac{2\pi n}{t} \right] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{1/\text{s}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{m} \quad (3)$$

Podstawiam dane z zadania.  $50 \text{ obr/min}$  oznacza  $50/60 \text{ obr/s}$ . Wartość momentu bezwładności wstawiam z równania (1). W tym momencie **istotne** jest założenie o kole będącym pełnym walcem. Jeżeli tak nie jest wzór na moment bezwładności jest inny!

$$M = 8 + 13,5 \cdot \frac{2\pi \cdot 50/60}{8} \approx 16,8 \text{ kg m}^2 \quad (4)$$

Prawie połowa wymaganego momentu siły jest zużywana na pracę przeciwko tarcu.

(b, c razem)

Praca potrzebna do rozpędzenia koła idzie na wzrost jego energii kinetycznej i pracę na pokonanie siły tarcia:

$$W = \frac{1}{2} I \omega^2 + F s \quad (5)$$

gdzie  $F$  jest siłą o ramieniu **małe**  $r$ , przeciwstawiającą się momentowi siły tarcia  $M_0$ , natomiast  $s$  jest drogą pokonywaną przez punkt w odległości  $r$  od środka koła przy rozpędzaniu go do końcowej prędkości. Tą drogę obliczam mnożąc  $r$  przez kąt przebyty przez wspomniany punkt, a z kolei kąt ze wzoru na ruch jednostajnie przyspieszony z użyciem prędkości średniej to  $\omega t/2$ . Przepisuję wzór (5) w taki sposób:

$$W = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{M_0}{r} \cdot r \frac{\omega t}{2} = \frac{1}{2} I (2\pi n)^2 + \pi n M_0 t \quad (6)$$

Sprawdzam wymiar wyniku:

$$[W] = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 + (1/\text{s})\text{Nm} \cdot \text{s} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J} \quad (7)$$

Podstawiam dane. Jak widać wielkość “małe  $r$ ” nie przyda się. Wartość “ $I$ ” podstawiam z (1).

$$W = \frac{1}{2} \cdot 13,5 \cdot (2\pi \cdot 50/60)^2 + \pi \cdot 50/60 \cdot 8 \cdot 8 \approx 185 + 168 = 353 \text{ J} \quad (8)$$

W ostatnim wzorze składnik  $168 \text{ J}$  to praca zużyta przeciwko tarcu,  $353 \text{ J}$  to całkowita wykonana praca.

Pozdrowienia - Antek