

Tekst pisany na niebiesko jest komentarzem, nie należy do rozwiązania.

1a.

Wyciągamy $-n^2$ przed nawias. Wyrażenie w nawiasie dąży do 1 czyli:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (-n^2 + n - 1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[-n^2 \cdot (1 - 1/n + 1/n^2) \right] = -\infty$$

1b.

Gdy x dąży do -1 obojętnie z której strony to x^2 dąży do 1. ALE: Jeżeli $x < -1$ to całe $x^2 - 1$ jest **dodatnie**, a gdy $x > -1$ to całość jest **ujemna**. W mianowniku mamy więc $+0$ lub -0 .

Są dwie granice:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{+0} = +\infty \quad \text{oraz} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{-0} = -\infty$$

Jeżeli treścią zadania jest “policzyć jednoznaczną granicę” to taka **nie istnieje**.

2.

Granica $f(x)$ gdy x dąży do 3 to po prostu wartość wielomianu $x^2 - 4x + 6$ czyli

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 4x + 6) = 3$$

Funkcja **jest ciągła** bo obie granice przy $x \rightarrow 3$ są równa $f(3)$.

3.

Warunek konieczny zbieżności jest spełniony bo $a_n = 1/n \rightarrow 0$ w nieskończoności. Ale szereg jest **rozbieżny**. Wynika to z kryterium całkowego zbieżności. (Można je stosować bo funkcja $1/n$ jest ciągła dla $n > 0$)

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{n} dn = [\ln n]_1^{+\infty} = +\infty - 0 = +\infty$$

4.

Nie rozumiem polecenia “znajdź argumenty”. Funkcja przedstawia zwykłą parabolę w kształcie litery U (czyli ma minimum). Znajdujemy położenie minimum przez porównanie pochodnej $f'(x)$ do zera:

$$f'(x) = (x^2 - 4x + 2)' = 2x - 4 = 0 \quad \text{zatem} \quad x = \frac{5}{2}$$

Wstawiając $5/2$ do wzoru na $f(x)$ otrzymujemy $-7/4$.

Najmniejszą wartością funkcji jest $-7/4$. Największą wartością jest $+\infty$.
