

1. Przedstawić w postaci algebraicznej liczbę:

$$\frac{(\sqrt{3}i - 1)(-1 - i\sqrt{3})}{1 - i}; \quad \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right)^{15}; \quad \sqrt[6]{1 + \sqrt{3}i}; \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}}i - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)^{24};$$

$$\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{77}; \quad \frac{(1 - i)^{11}}{(\sqrt{3} + i)^6}; \quad i^3 \frac{(1 + \sqrt{3}i)^2(1 - i)^3}{i + \sqrt{3}};$$

2. Rozwiązać równania:

$$|z|z = iz^2; \quad z^4 = \frac{-18}{1 + i\sqrt{3}}; \quad z^3 = 8(1 + i)^3;$$

$$z^2 - 3z + 3 + i = 0; \quad z^4 - z^3 - 2z^2 + 6z - 4 = 0; \quad z^4 + (2 - 4i)z^2 + 4i - 3 = 0.$$

3. Znaleźć pozostałe pierwiastki wielomianu $W(z)$, wiedząc, że jednym z nich jest liczba z_1 :

$$W(z) = z^4 - z^3 + z^2 + 9z - 10, \quad z_1 = 1 + 2i; \quad W(z) = z^4 + z^3 + 2z^2 + z + 1, \quad z_1 = i;$$

4. Zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej zbiór punktów spełniających warunek:

$$a) \left| \frac{z}{i} + 3 \right| > 1 \wedge \operatorname{Im} z \leq -2; \quad b) 0 < \arg(z^3) < \frac{\pi}{6}.$$

5. Funkcję wymierną $f(x)$ rozłożyć na rzeczywiste ułamki proste:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 4x + 4}; \quad f(x) = \frac{3}{x^4 + x}; \quad f(x) = \frac{1 - x^6}{x^6 - x^4 + 4x^4 - 4}.$$

6*. Niech z_k będą pierwiastkami stopnia czwartego z liczby 1. Zaznaczyć w układzie współrzędnych punkty:

$$w_k = 2 + iz_k; \quad w_k = 2z_k; \quad w_k = 2 + i + (i + 1)z_k.$$

7*. Zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiór $A = \{z \in \mathcal{C} : |z - 1| = |z - i|\}$ oraz zbiory B i D;

$$B = \{w \in \mathcal{C} : w = \bar{z}; z \in A\}; \quad D = \{w \in \mathcal{C} : w = 1 + 2iz, z \in A\}.$$