

Ze wzoru  $z = a + bi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  gdzie:  
 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$  oraz  $\operatorname{tg}(\varphi) = y/x$  (trzeba wybrać ćwiartkę układu)

**Przykład 1:** Chyba  $7+7i$ , nie  $7 + 7i$  ???

$r = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2}$      $\operatorname{tg}(\varphi) = 7 / 7 = 1$  więc  $\varphi = \pi/4$  gdyż części rzeczywista i urojona są dodatnie.

$$7 + 7i = 7\sqrt{2} \left( \cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4) \right)$$

**Przykład 2:**  $-5 + 5i\sqrt{3}$  Nie jestem pewny, czy dobrze to rozumiem ? Jeśli jest inaczej to rozwiązanie poniżej jest niepoprawne.

Obliczam  $r = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10$  oraz tangens kąta  $= -\sqrt{3}$ .

Ponieważ część rzeczywista jest ujemna, urojona dodatnia to kąt należy do II ćwiartki i wynosi  $(2/3)$  pi. Całość:

$$-5 + 5i\sqrt{3} = 10 \left( \cos(2\pi/3) + i \sin(2\pi/3) \right)$$

Uwaga do pozostałych przykładów:

Pierwiastek (kwadratowy) w liczbach zespolonych ma zawsze DWIE wartości, w postaci trygonometrycznej różniące się o pi. Podobnie pierwiastek 3-go stopnia ma 3 wartości, różniące się o  $2\pi/3$ ; pierwiastek 4-go stopnia ma 4 wartości różniące się o  $\pi/2$ . Czy trzeba podawać wszystkie?

**Przykład 3:**  $\sqrt[3]{\sqrt{3} - i}$ . Chyba tak to wygląda, gdyż taka postać:  $\sqrt[3]{\sqrt{3} - i}$  byłaby trochę bez sensu, gdyż prowadziłyby do pierwiastka 6 stopnia z  $3 - i$ .

Obliczam to, co pod pierwiastkiem.  $r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$  oraz tangens kąta  $= -1/\sqrt{3}$ . Ponieważ część rzeczywista jest dodatnia, urojona ujemna więc kąt należy do IV ćwiartki i wynosi  $5\pi/6$ . Wartość pod pierwiastkiem zapisuje się więc tak

$$2 \left( \cos(5\pi/6) + i \sin(5\pi/6) \right)$$

Pierwiastek jest 3-go stopnia, kąt dzielię więc na 3.

$$\sqrt[3]{\sqrt{3} - i} = \sqrt[3]{2} \left( \cos(5\pi/18) + i \sin(5\pi/18) \right)$$

Pozostałe 2 rozwiązania dostaję dodając do kąta  $2\pi/3$  czyli  $12\pi/18$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3} - i} = \sqrt[3]{2} \left( \cos(17\pi/18) + i \sin(17\pi/18) \right)$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3} - i} = \sqrt[3]{2} \left( \cos(29\pi/18) + i \sin(29\pi/18) \right)$$

Przykład 4 - patrz następna strona.

**Przykład 4:**  $\sqrt[4]{-2}$ 

Liczbę “-2” (czyli  $-2 + 0 \cdot i$ ) w postaci trygonometrycznej zapisuje się tak:  
 $r = 2$  ;  $\operatorname{tg} \varphi = 0$  ale część rzeczywista jest ujemna więc  $\varphi = \pi$ . Więc:

$$-2 = 2 (\cos \pi + i \sin \pi)$$

Wyciąganie pierwiastka 4-go stopnia z liczby zespolonej polega na pierwiastkowaniu modułu i dzieleniu kąta na 4. Główne rozwiązanie to:

$$\sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{2} \left( \cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4) \right)$$

Pozostałe wartości pierwiastka dostaję dodając  $\pi / 2$  (czyli  $2 \pi / 4$ ) do kąta

$$\sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{2} \left( \cos(3\pi/4) + i \sin(3\pi/4) \right)$$

$$\sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{2} \left( \cos(5\pi/4) + i \sin(5\pi/4) \right)$$

$$\sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{2} \left( \cos(7\pi/4) + i \sin(7\pi/4) \right)$$