

Tekst pisany na niebiesko jest komentarzem, nie należy do rozwiązania.

5.

Brak asymptot w postaci linii prostych. Funkcja przedstawia parabolę więc w szczególności nie ma poziomych i pionowych asymptot. Asymptoty ukośne w postaci prostych $y = ax + b$ też nie istnieją gdyż:

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x - 100 + 1000/x) = \pm\infty$$

6.

Prosta $y = 2x - 6$ przecina oś OY układu współrzędnych w punkcie $(0; -6)$ oraz linię $x = 2$ w punkcie $(2; -2)$. Podany w zadaniu obszar jest więc trapezem zawartym między punktami: $(0;0)$, $(2;0)$, $(2; -2)$, $(0; -6)$.

Podstawy tego trapezu (pionowe odcinki) mają długości 6 i 2. Wysokość (poziomy odcinek na osi OX) ma długość 2. Pole P wynosi:

$$P = 2 \cdot \frac{2+6}{2} = 8$$

7.

Środkowe równanie daje $x = 0$. Wstawiamy zero w miejsce x do pozostałych równań i dostajemy układ:

$$\begin{cases} 2y - z = 1 \\ 3y - z = 2 \end{cases}$$

Wyznacznik macierzy tego układu jest niezerowy

$$\det \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1) = 1 \neq 0$$

czyli układ ma jednoznaczne rozwiązanie. Odejmujemy pierwsze równanie od trzeciego co od razu daje $y = 1$. Wtedy z pierwszego równania mamy $2 - z = 1$ czyli $z = 1$.

Rozwiązanie to: $\mathbf{x = 0; y = 1; z = 1}$.

8.

Postawiamy $t = \sin x$; wtedy $dt = \cos x dx$ i całka przechodzi na:

$$\int \cos x \sin x dx = \int t dt = \frac{t^2}{2} = \frac{1}{2} \sin^2 x + C$$
