

Jeżeli prosta jest podana w postaci $y = ax + b$ to punkt P jej przecięcia z osią OX ma współrzędne $P(-b/a; 0)$ (wynika to z równania $ax + b = 0$), a punkt Q jej przecięcia z osią OY ma współrzędne $Q(0; b)$ (wynika to z podstawienia $x = 0$ do równania $y = ax + b$)

Jeżeli prosta jest podana w postaci $Ax + By + C = 0$ to punkt P jej przecięcia z osią OX ma współrzędne $P(-C/A; 0)$ (wynika to z podstawienia $y = 0$ do równania prostej, co daje równanie $Ax + C = 0$), a punkt Q jej przecięcia z osią OY ma współrzędne $Q(0; -C/B)$ (wynika to z podstawienia $x = 0$ do równania prostej, co daje równanie $By + C = 0$)

Prosta symetryczna względem osi OX

Punkt przecięcia prostej z osią OX nie zmienia się, a punkt przecięcia z osią OY zmienia współrzędną y na przeciwną.

Niech prosta będzie dana w postaci $Ax + By + C = 0$ (A, B, C są różne od zera). Szukamy prostej symetrycznej w postaci: $Dx + Ey + F = 0$ (gdzie D, E, F też są różne od zera). Wiemy, że ma ona przechodzić przez punkt P (ten sam, co podana prosta) i przez punkt Q', mający współrzędną y o **przeciwnym** znaku niż punkt B. Podstawiamy te współrzędne do równania szukanej prostej i dostajemy układ równań:

$$\begin{cases} D \cdot \frac{-C}{A} + E \cdot 0 + F = 0 & \text{(punkt P)} \\ D \cdot 0 + E \cdot \frac{+C}{B} + F = 0 & \text{(punkt Q')} \end{cases}$$

Mnożymy pierwsze z równań przez A , drugie przez B (wolno, bo założeniem było, że A i B są różne od zera). Dostajemy:

$$\begin{cases} -CD + AF = 0 & \text{zatem} & D = \frac{A}{C} F \\ BE + BF = 0 & \text{zatem} & E = -\frac{B}{C} F \end{cases}$$

Całe równanie prostej ma postać:

$$\frac{A}{C} F x - \frac{B}{C} F y + F = 0$$

Mnożymy obie strony przez C , dzielimy przez F (wolno nam, bo C i F są niezerowe) i dostajemy ostateczną postać szukanego równania prostej symetrycznej do prostej $Ax + By + C = 0$ względem osi OX

$$Ax - By + C = 0 \tag{1}$$

Jak widać po prostu zmieniamy znak przy współczynniku przy y .

Jeżeli prosta jest dana w postaci $y = ax + b$ to użyjemy równania (1). Najpierw przekształcimy wzór prostej do postaci ogólnej: $ax - y + b = 0$ i teraz wystarczy zmienić znak przy y , co daje wzór: $ax + y + b = 0$. Wracamy do postaci kierunkowej. Szukana prosta symetryczna ma wzór

$$y = -ax - b \tag{2}$$

Jak widać należy zmienić oba znaki, przy "a" i przy "b".

Ciąg dalszy na następnej stronie

Prosta symetryczna względem osi OY

Punkt przecięcia prostej z osią OY nie zmienia się, a punkt przecięcia z osią OX zmienia współrzędną x na przeciwną.

Niech prosta będzie dana w postaci $Ax + By + C = 0$ (A, B, C są różne od zera). Ponownie szukamy prostej symetrycznej w postaci: $Dx + Ey + F = 0$. Jak poprzednio otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} D \cdot \frac{+C}{A} + E \cdot 0 + F = 0 & \text{(punkt P)} \\ D \cdot 0 + E \cdot \frac{-C}{B} + F = 0 & \text{(punkt Q')} \end{cases}$$

Mnożymy pierwsze z równań przez A, drugie przez B (wolno, bo założeniem było, że A i B są różne od zera). Dostajemy:

$$\begin{cases} CD + AF = 0 & \text{zatem} & D = -\frac{A}{C} F \\ -BE + BF = 0 & \text{zatem} & E = \frac{B}{C} F \end{cases}$$

Po operacjach jak poprzednio dostajemy:

$$-Ax + By + C = 0 \quad (3)$$

Jak widać po prostu zmieniamy znak przy współczynniku przy x.

Dla prostej w postaci $y = ax + b$ po przekształceniu do $ax - y + b = 0$ i zmianie znaku przy x mamy $-ax - y + b = 0$, stąd:

$$y = -ax + b \quad (4)$$

Jak widać należy zmienić tylko znak przy "a".

Prosta symetryczna względem środka układu współrzędnych

Zarówno punkt P zmienia współrzędną x na przeciwną jak też punkt Q zmienia współrzędną y na przeciwną. Otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} D \cdot \frac{+C}{A} + E \cdot 0 + F = 0 & \text{(punkt P)} \\ D \cdot 0 + E \cdot \frac{+C}{B} + F = 0 & \text{(punkt Q')} \end{cases}$$

Po operacjach jak poprzednio i mnożeniu całości przez -1 dostajemy:

$$Ax + By - C = 0 \quad (5)$$

Tym razem zmieniamy znak przy C.

Dla prostej w postaci $y = ax + b$ po przekształceniu do $ax - y + b = 0$ i zmianie znaku przy b mamy $ax - y - b = 0$, stąd:

$$y = ax - b \quad (6)$$

Jak widać należy zmienić tylko znak przy "b".

[W razie pytań pisz proszę na priv.](#)

[Pozdrowienia - Antek](#)