Jeżeli "zbadaj tempo zmian" oznacza to samo, co badanie przebiegu zmienności funkcji to rozwiązanie jest poniżej.

Pierwsza funkcja:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$$

Dziedziną funkcji są liczby rzeczywiste. Obliczamy pochodną:

$$f'(x) = 6x^2 + 6x = 6x\,(x+1)$$

Wykres pochodnej jest parabolą z miejscami zerowymi x = –1, x = 0. Pochodna jest ujemna w przedziale (–1, 0), dodatnia na zewnątrz tego przedziału (poza miejscami zerowymi). Wobec tego:

- Funkcja jest rosnąca dla $x \in (-\infty, -1)$ i ma maksimum lokalne w x = –1.
- Funkcja jest malejąca dla $x \in (-1, 0)$ i ma minimum lokalne w x = 0.
- Funkcja jest rosnąca dla $x \in (0, +\infty)$

Trzeba było określić tylko tempo zmian więc pomijam inne elementy badania funkcji.

Druga funkcja:

$$f(x) = x \cdot e^{2x}$$

Dziedziną funkcji są liczby rzeczywiste. Obliczamy pochodną:

$$f'(x) = e^{2x} + 2x\,e^{2x} = e^{2x}\,(1+2x)$$

Część e^{2x} jest zawsze dodatnia, znak pochodnej zależy od znaku 1 + 2x.

- Funkcja jest malejąca dla $x \in (-\infty, -1/2)$ i ma minimum lokalne w x = 1/2.
- Funkcja jest rosnąca dla $x \in (-1/2, +\infty)$

Trzecia funkcja:

$$f(x) = x \cdot \ln x$$

Dziedziną funkcji są liczby rzeczywiste dodatnie. Obliczamy pochodną:

$$f'(x) = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

Pochodna zeruje się gdy ln x = –1 to znaczy gdy x = 1/e.

- Funkcja jest malejąca dla $x \in (0, 1/e)$ i ma minimum lokalne w x = 1/e.
- Funkcja jest rosnąca dla $x \in (1/e, +\infty)$

x = 0 nie należy do dziedziny funkcji ale istnieje granica prawostronna w tym punkcie, równa zero.
