

W załączniku jest rysunek tego ostrosłupa (po lewej stronie) i jego podstawy (po prawej stronie). Jest tam trochę pstrokaczny, ale to się zaraz wyjaśni.

Aby obliczyć pole powierzchni bocznej powinniśmy znać wysokości trójkątów BAD (czerwony odcinek ED o długości h) i CAD (pomarańczowy odcinek FD), **o innej długości** niż h , gdyż z zadania wynika, że długości L odcinków AD, BD i CD są jednakowe i trójkąty ABD, ACB i BCD są równoramienne, ale mają inne podstawy.

Do obliczenia obu wysokości wykorzystamy prostokątne trójkąty SED i SFD, ale potrzebna jest wysokość H ostrosłupa. Mamy objętość ostrosłupa $V = 30$, potrzebne jest jego pole podstawy.

Popatrz na rysunek podstawy. Trójkąt ACE jest prostokątny, odcinek AE ma długość 3 (połowa boku AB) więc z tw. Pitagorasa mamy:

$$|CE| = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

Pole podstawy wynosi więc: $P_p = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$.

Obliczamy wysokość H

$$30 = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot H \quad \text{zatem} \quad H = \frac{90}{12} = \frac{15}{2}$$

Obliczamy długości odcinków ES i FS. Potrzebna będzie długość "x" zielonych odcinków. Zauważ, że $|SE| = 4 - x$ i z tw. Pitagorasa w trójkącie AES mamy:

$$x^2 = 3^2 + (4 - x)^2 = 9 + 16 - 8x + x^2$$

Kwadraty x skracają się i dostajemy $25 = 8x$ więc $x = \mathbf{25/8}$.

To już trawie koniec. Ponownie patrz na rysunek podstawy. Odcinek CF ma długość $5/2$ więc z tw. Pitagorasa:

$$|SF|^2 = x^2 - |CF|^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{225}{64}$$

oraz

$$|SE|^2 = x^2 - 3^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - 9 = \frac{49}{64}$$

Pamiętamy, że $H = 15/2$, liczymy obie potrzebne wysokości ścian bocznych:

$$|ED| = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{3649}}{8} \quad \text{oraz} \quad |FD| = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{64}} = \frac{15}{8}\sqrt{17}$$

Szukane pole powierzchni bocznej to:

$$Pb = P_{ABD} + 2 P_{ACD} = \frac{6}{2} \cdot \frac{\sqrt{3649}}{8} + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{15}{8}\sqrt{17} = \frac{3}{8} \left(25\sqrt{17} + \sqrt{3649} \right)$$

Mam nadzieję, że w samej końcówce się nie pomyliłem, bo długości odcinków $|SF| = 15/8$ i $|SE| = 7/8$ wychodziły sensownie, dopiero potem pojawiły się dziwne pierwiastki...

Pozdrowienia - Antek