Dzięki za miejsca zerowe! Czyli punkty A,B mają współrzędne:

A = (–3,0); B = (1,0)

a punkt P niech ma współrzędne P = (x,y), przy czym x,y spełniają podane równanie paraboli. Najpierw znajdziemy oba wektory:

$$\overrightarrow{\mathbf{PA}} = A - P = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - x \\ 0 - y \end{pmatrix}$$

oraz

$$\overrightarrow{\mathbf{PB}} = B - P = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x \\ 0 - y \end{pmatrix}$$

Teraz ich iloczyn skalarny:

$$\overrightarrow{\mathbf{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{PB}} = \begin{pmatrix} -3 - x \\ 0 - y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 - x \\ 0 - y \end{pmatrix} = (-3 - x)(1 - x) + (-y)(-y) = -3 + 2x + x^2 + y^2$$

Zobacz, że część z “x” jest identyczna z równaniem paraboli, wyciągnę to przed nawias. W miejsce y podstawiamy równanie paraboli. Całą funkcję nazwijmy g(x)

$$g(x) = \overrightarrow{\mathbf{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{PB}} = -3 + 2x + x^2 + (x^2 + 2x - 3)^2 = (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 2)$$

Zauważ, że g(x) ma 4 miejsca zerowe (wykres w innym załączniku). Dwa pierwsze są identyczne z miejscami zerowymi paraboli (x = –3 lub x = 1). Odpowiadają one sytuacji gdy punkt P pokrywa się z którymś miejsc zerowych paraboli. Wtedy jeden z wektorów $\overrightarrow{\mathbf{PA}}$ lub $\overrightarrow{\mathbf{PB}}$ jest zerowy i te punkty nas nie obchodzą.

Drugi zestaw miejsc zerowych to rozwiązania równania kwadratowego:

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \text{zatem} \quad x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

I te wartości x są rozwiązaniami naszego zadania. Zauważ, że leżą one wewnątrz przedziału (–3, 1) i są symetryczne względem osi symetrii paraboli czyli prostej x = –1.

Pozdrowienia - Antek.