

Sprawdzam, czy iloraz dwóch kolejnych wyrazów ciągu (b_n) jest stały, tzn. czy nie zależy od n . Skorzystam z tego, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny, czyli $a_{n+1} - a_n = r$ dla $n \geq 1$.
Liczymy

$$\begin{aligned}\frac{b_{n+1}}{b_n} &= \frac{2^{a_{n+1}}}{2^{a_n}} = \frac{2^{a_n+r}}{2^{a_n}} = \\ &= \frac{2^{a_n} \cdot 2^r}{2^{a_n}} = 2^r.\end{aligned}$$

Wyrażenie to nie zależy od n , czyli ciąg (b_n) jest geometryczny.