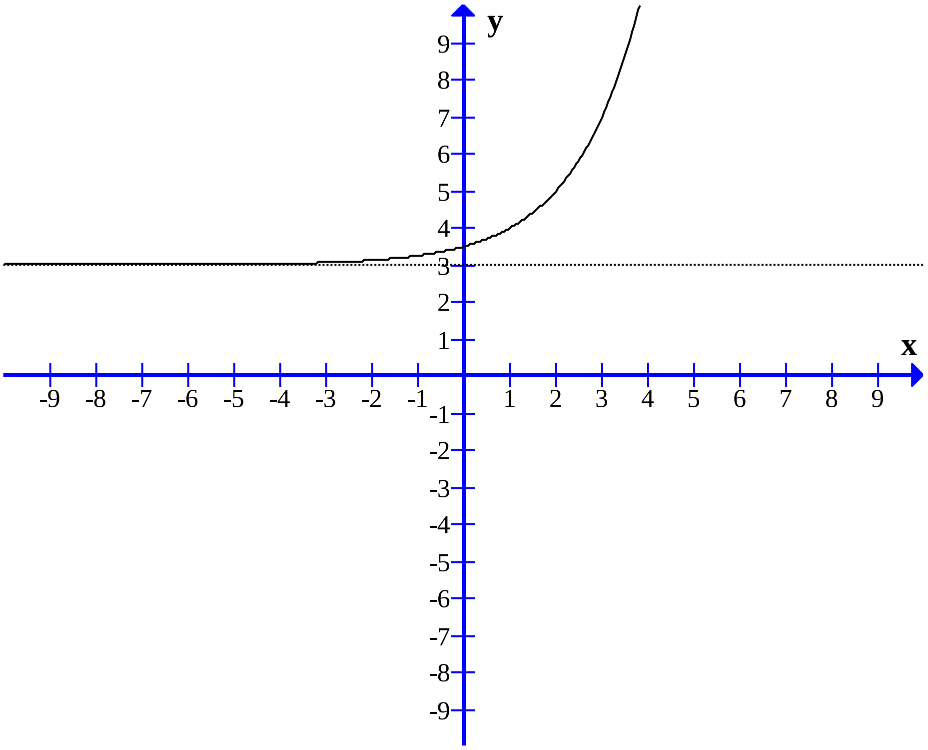
$$f(x) = 2^{x-1} + 3$$



1. $Dziedzina\ to\ zbiór\ liczb\ rzeczywistych\ D = R$
2. $Zbiór\ wartości\ funkcji: Y = (3; \infty)$
3. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2^{x-1}+3) = \lim\limits_{x\to-\infty} 2^{x-1} + 3 = 2^{-\infty} + 3 = \frac{1}{2^{\infty}} + 3 = 0 + 3 = 3$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(2^{x-1}+3) = \lim_{x\to\infty} 2^{x-1} + 3 = 2^{\infty} + 3 = \infty$$

4. $f(x) > 0\ dla\ każdego\ x, więc\ nie\ ma\ miejsc\ zerowych$
5. $f(x)\ nie\ ma\ asymptot\ pionowych.$

   $f(x) ma\ asymptotę\ poziomą\ y = 3$

   $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2^{x-1}+3}{x}$

   $wyrażenie\ postaci\ \dfrac{\infty}{\infty}\ więc\ stosuję\ regułę\ de\ l'Hospitala$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2^{x-1}+3}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{(2^{x-1}+3)'}{x'} = \lim_{x\to\infty} \frac{2^{x-1}}{1} = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2^{x-1}+3}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{(2^{x-1}+3)'}{x'} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2^{x-1}}{1} = \frac{1}{2^{-\infty}} = 0$$

$$Nie\ ma\ asymptot\ ukośnych.$$

6. $Punkty\ przecięcia:$

$$z\ osią\ OX - nie\ ma\ bo\ nie\ występują\ miejsca\ zerowe$$

$$z\ osią\ OY - \ y_0 = 2^{0-1} + 3 = 1 + 3 = 4 \qquad P_{y_0} = (0; 3{,}5)$$

7. $Najmniejsza\ i\ największa\ wartość - \ nie\ istnieją.$
8. $Funkcja\ jest\ różnowartościowa, bo\ nie\ istnieją\ takie\ dwa\ różne\ x$

$$dla\ których\ f(x_1) = f(x_2)$$

9. $Parzystość\ funkcji: f(-x) = 2^{-x-1} + 3 \neq f(x) funkcja\ nie\ jest\ parzysta$

$$f(-x) = 2^{-x-1} + 3 = 2^{-(x+1)} + 3 \neq -f(x) funkcja\ nie\ jest\ nieparzysta$$

10. $f'(x) = 2^{x-1} > 0\ dla\ każdego\ x$

$stąd$

a) $funkcja\ jest\ rosnąca\ w\ całej\ dziedzinie$

b) $nie\ ma\ ekstremum\ (ani\ minimum\ ani\ maksimum).$

11. $f''(x) = 2^{x-1} > 0\ dla\ każdego\ x$

$stąd$

a) $funkcja\ jest\ wypukła\ w\ całej\ dziedzinie$

b) $nie\ ma\ ekstremum$