

Zadanie:

Zad.2

Rozwiąż układ równań i podaj jego interpretację geometryczną.

$$\begin{cases} y = -x^2 \text{ „minus iks do potęgi drugiej”} \\ y = -x \text{ „minus iks”} \end{cases}$$

Opis funkcji kwadratowej

$$y = ax^2 + bx + c \quad - \text{ postać ogólna funkcji kwadratowej}$$

Miejsca zerowe wykresu funkcji kwadratowej (miejsca przecięcia funkcji z osią OX) obliczamy wg wzorów:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ i } \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

gdzie:

$a ; b ; c$ - współczynniki równania funkcji kwadratowej

a - współczynnik kierunkowy funkcji kwadratowej

- jeżeli $a > 0$ - funkcja ma ramiona skierowane do góry
- jeżeli $a < 0$ - funkcja ma ramiona skierowane do dołu

Δ - wyróżnik funkcji kwadratowej

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- jeżeli $\Delta > 0$ - funkcja posiada dwa miejsca zerowe (dwa rozwiązania)
- jeżeli $\Delta = 0$ - funkcja posiada jedno miejsce zerowe (jedno rozwiązanie)
- jeżeli $\Delta < 0$ - funkcja nie posiada miejsc zerowych (0 rozwiązań)

Wierzchołek funkcji kwadratowej (paraboli) ma postać:

$$W = (p ; q)$$

gdzie:

$$p = \frac{-b}{2a} \quad - \text{ zaznaczamy na osi OX}$$

$$q = \frac{-\Delta}{4a} \quad - \text{ zaznaczamy na osi OY}$$

Opis funkcji liniowej

$y=ax+b$ - równanie ogólne funkcji liniowej

gdzie:

a - współczynnik kierunkowy prostej

b - punkt przecięcia prostej z osią OY

Jeżeli:

$a > 0$ - funkcja liniowa jest rosnąca

$a < 0$ - funkcja liniowa jest malejąca

$a = 0$ - funkcja liniowa jest stała

Rozwiązanie:

$$y = -x^2$$

$$y = -x$$

$$y = -x^2$$

$$-x^2 = -x$$

$$y = -x^2$$

$$-x^2 + x = 0$$

$$y = -x^2$$

$$x(-x+1) = 0$$

Rozwiązujemy drugie równanie

$$x(-x+1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ i } \quad -x+1 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ i } \quad x = 1$$

Dla $x = 0$

$$y = -x^2$$

$$x = 0$$

$$y = -0^2$$

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$x = 0$$

Dla $x=1$

$$y = -x^2$$
$$x = 1$$

$$y = -1^2$$
$$x = 1$$

$$y = -1$$
$$x = 1$$

Rozwiązaniem układu równań są dwie pary liczb:

$$\begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \end{array} \quad \text{i} \quad \begin{array}{l} y=-1 \\ x=1 \end{array}$$

Interpretacja graficzna układu równań

$$y = -x^2$$
$$y = -x$$

Obliczamy funkcję kwadratową

$$y = -x^2$$

$$a = -1 \quad ; \quad b = 0 \quad ; \quad c = 0$$

- sprawdzamy, w którą stronę są skierowane są ramiona wykresu (paraboli), który zależy od współczynnika a

$$a = -1 < 0 \quad - \text{ramiona skierowane do dołu}$$

- obliczamy wyróżnik

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 0^2 - 4 * (-1) * 0 = 0 + 0 = 0$$

$$\Delta = 0 \quad - \text{funkcja posiada jedno miejsce zerowe}$$

- obliczamy miejsca zerowe – punkty przecięcia z osią OX

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2 * (-1)} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$x_0 = 0$$

– obliczamy wierzchołek W

$$W=(p;q)$$

gdzie:

$$p=\frac{-b}{2a}=\frac{0}{2*(-1)}=\frac{0}{-2}=0$$

$$q=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{0}{4*(-1)}=\frac{0}{-4}=0$$

więc:

$$W=(p;q)=(0;0)$$

Obliczamy funkcję liniową

$$y=ax+b \quad - \text{równanie ogólne funkcji liniowej}$$

$$b \quad - \text{punkt przecięcia prostej z osią OY}$$

Dla funkcji $y=-x$

$$a=-1$$

$$a=-1<0 \quad - \text{funkcja liniowa jest malejąca}$$

$$b=0 \quad - \text{punkt przecięcia się wykresu funkcji z osią OY}$$

Miejsce zerowe funkcji liniowej

$$y=0$$

$$x=0$$

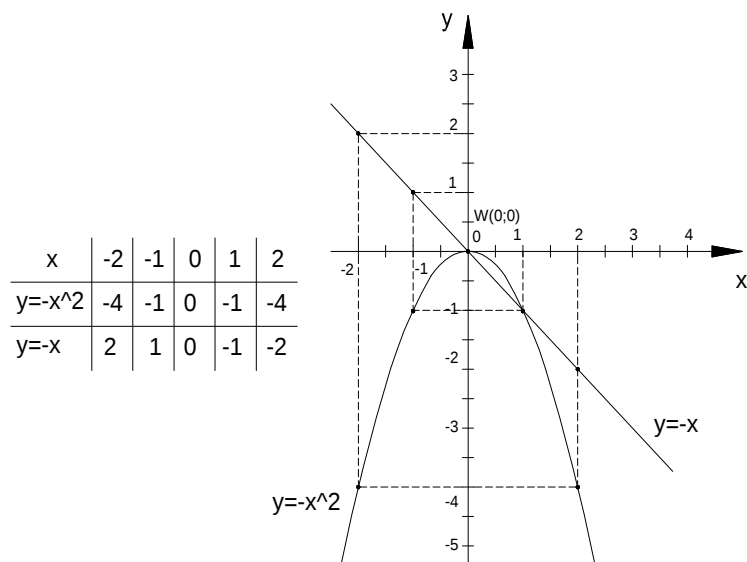
Funkcja nachylona do osi OX pod kątem -45°

Szkic układu równań

$$y=-x^2$$

$$y=-x$$

Interpretację geometryczną można wykonać na podstawie wyliczeń odpowiednich parametrów, jak powyżej i naniesienie ich w układzie XY lub za pomocą tabelki, co przedstawione zostanie na wykresie.



Odp. Rozwiązaniem układu równań

$$\begin{aligned} y &= -x^2 \\ y &= -x \end{aligned}$$

Są dwie pary liczb:

$$\begin{aligned} y &= 0 & \text{i} & & y &= -1 \\ x &= 0 & & & x &= 1 \end{aligned}$$

Interpretacja układu równań powyżej.