

Sprawdź czy funkcja spełnia równanie:

$$g(x) = \frac{x-3}{x+4} \qquad g''(x) \cdot (g(x) - 1) = 2(g(x))^2$$

Myślałem nad jakimś “chwytym” ale nic mi nie przychodzi do głowy, chyba trzeba tą funkcję po prostu dwa razy zróżniczkować... Ale najpierw przepisemy ją w postaci kanonicznej, będzie łatwiej.

$$g(x) = \frac{x+4-7}{x+4} = 1 + \frac{-7}{x+4}$$

Liczymy pochodne:

$$g'(x) = \frac{7}{(x+4)^2} \qquad g''(x) = \frac{-14}{(x+4)^3}$$

i wstawiamy do podanego wzoru. Lewa strona:

$$L = \frac{-14}{(x+4)^3} \cdot \left(1 + \frac{-7}{x+4} - 1\right) = \frac{98}{(x+4)^4}$$

Już widać, że się nie zgodzi. Prawa strona:

$$P = 2 \left(\frac{x-3}{x+4} \right)^2 = \frac{2(x-3)^2}{(x+4)^2}$$

Mianowniki zawierają $x + 4$ w różnych potęgach.

ALE jeśli w treści zadania jest pomyłka i równość ma być taka:

$$g''(x) \cdot (g(x) - 1) = 2(g'(x))^2$$

to jest prawdziwa, ponieważ prawa strona jest równa:

$$P = 2 \left(\frac{7}{(x+4)^2} \right)^2 = \frac{98}{(x+4)^4}$$