

Zadanie:

Rozłóż wielomian na czynniki:

$$1) W(x) = x(\text{do potęgi } 3) + 3x(\text{do potęgi } 2) - 4x - 12$$

$$2) W(x) = x(\text{do potęgi } 4) - 3x(\text{do potęgi } 2) + 2x$$

Rozwiązanie:

$$1) W(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$

$$W(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$

$$W(x) = x^2(x+3) - 4(x+3) = (x^2 - 4)(x+3) = (x-2)(x+2)(x+3)$$

$$2) W(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$$

$$W(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$$

$$W(x) = x^4 - 3x^2 + 2x = x(x^3 - 3x + 2)$$

Niech:

$$W(x) = x(x^3 - 3x + 2) = x * P(x)$$

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

Do rozłożenia powyższego wielomianu $P(x)$ zastosujemy Tw. Bezouta, które brzmi:

Liczba r jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy wielomian $W(x)$ jest podzielny przez dwumian $(x-r)$.

Tak więc, szukamy liczby, która po podstawianiu za x da nam liczbę 0.

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

$r = 1; -1; 2; -2; 3; -3$ - liczby, które po podstawieniu za x mogą spełniać warunek $W(r) = 0$ z Tw. Bezouta

Niech $r = 1$

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$r = 1$ - jest pierwiastkiem wielomianu $P(x)$

Jeżeli $r=2$ – jest pierwiastkiem wielomianu $P(x)$, to możemy podzielić ten wielomian $P(x)$ przez dwumian $(x-r)$

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$(x-r) = (x-1)$$

$$P(x) : (x-r)$$

$$\begin{array}{r} (x^3 - 3x + 2) : (x-1) = x^2 + x - 2 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline x^2 - 3x + 2 \\ -x^2 + x \\ \hline -2x + 2 \\ 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Więc:

$$P(x) = x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2)$$

$$W(x) = x(x^3 - 3x + 2) = x * P(x) = x(x-1)(x^2 + x - 2)$$

Rozkładamy funkcję kwadratową $(x^2 + x - 2)$ na jednomiany

$$y = ax^2 + bx + c \quad - \text{postać ogólna funkcji kwadratowej}$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \quad - \text{postać iloczynowa funkcji kwadratowej}$$

Miejsca zerowe wykresu funkcji kwadratowej (miejsca przecięcia funkcji z osią OX) obliczamy wg wzorów:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ i } \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

gdzie:

$$a ; b ; c \quad - \text{współczynniki równania funkcji kwadratowej}$$

$$\Delta \quad - \text{wyróżnik funkcji kwadratowej}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x^2+x-2=0$$

$$a=1 \quad ; \quad b=1 \quad ; \quad c=-2$$

$$\Delta=b^2-4ac$$

$$\Delta=(1)^2-4*1*(-2)=1+8=9$$

$$\Delta=9$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}$$

$$\sqrt{\Delta}=3$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-3}{2*1}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1+3}{2*1}=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$a(x-x_1)(x-x_2)=1(x+1)(x-2)=(x+1)(x-2)$$

$$x^2+x-2=(x+1)(x-2)$$

$$W(x)=x(x^3-3x+2)=x(x-1)(x+1)(x-2)$$