

Korzystam ze schematu Bernoulliego:

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

n – liczba prób

k – liczba sukcesów

p – prawdopodobieństwo sukcesu

q – prawdopodobieństwo porażki

a) $n = 4$ liczba losowań

$k = 4$ czterokrotne wylosowanie sześciianu z jedną ścianką pomarańczową

$p = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ prawdopodobieństwo wylosowania sześciianu z jedną ścianką pomarańczową

$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ prawdopodobieństwo wylosowania innego sześciianu niż sześciianu z jedną ścianką pomarańczową

$$P(a) = P_n(k) = P_4(4) = \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-4} = \frac{4!}{4! \cdot 0!} \cdot \frac{1}{256} \cdot 1 = \frac{1}{256}$$

b)

$n = 4$ liczba losowań

$k_1 = 0$ żaden z wylosowanych sześciianów nie ma ścianki pomarańczowej

$k_2 = 1$ jeden z wylosowanych sześciianów ma ściankę pomarańczową

$p = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ prawdopodobieństwo wylosowania sześciianu z jedną ścianką pomarańczową

$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ prawdopodobieństwo wylosowania innego sześciianu niż sześciianu z jedną ścianką pomarańczową

$$\begin{aligned} P(b) &= P_n(k_1) + P_n(k_2) = \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-0} + \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-1} = \\ &= \frac{4!}{0! \cdot 4!} \cdot 1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{81}{256} + \frac{27}{64} = \frac{189}{256} \end{aligned}$$