

Tekst pisany na niebiesko to skrót treści zadania lub komentarz nie należący do rozwiązania.

Zadanie

Losujemy dwie liczby dwucyfrowe bez zwracania. Oblicz szansę, że pierwsza jest większa od drugiej.

Obliczamy najpierw ilość zdarzeń sprzyjających $\bar{\Omega}$. Liczb dwucyfrowych jest $99 - 10 + 1 = 90$. Dlaczego $+1$? Najlepiej zobacz przykład: Ile jest liczb w zbiorze $\{10, 11, 12\}$. Trzy, prawda? Ale $12 - 10 = 2$, trzeba dodać jeszcze jedną liczbę.

Pierwszą liczbę losujemy więc na 90 sposobów, drugą na $90 - 1 = 89$ sposobów. Kolejność **jest** istotna więc:

$$\bar{\Omega} = 90 \cdot 89 = 8010$$

Liczymy teraz ilość zdarzeń sprzyjających \bar{A} . Podzielmy zdarzenia A na 90 **rozłącznych** zdarzeń $A = A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12} \cup \dots \cup A_{99}$ gdzie dolny indeks oznacza **pierwszą** wylosowaną liczbę. Następnie rozumiemy tak:

Jeżeli wylosujemy za pierwszym razem 10 to brak jest zdarzeń sprzyjających.

Jeżeli wylosujemy za pierwszym razem 11 to jest jedno zdarzenie sprzyjające, mianowicie para (11; 10). Można to zapisać tak:

$$\bar{A}_{11} = 11 - 10 = 1$$

Jeżeli wylosujemy za pierwszym razem 12 to są dwa zdarzenia sprzyjające, pary (12; 10) i (12; 11), co zapisujemy tak:

$$\bar{A}_{12} = 12 - 10 = 2$$

I tak dalej, $\bar{A}_{13} = 13 - 10 = 3$, $\bar{A}_{14} = 14 - 10 = 4$, ..., wreszcie $\bar{A}_{99} = 99 - 10 = 89$. Ilość zdarzeń sprzyjających jest więc sumą liczb od 1 do 89. Korzystamy ze wzoru na sumę liczb od 1 do n , gdzie $n = 89$.

$$\bar{A} = 1 + 2 + 3 + \dots + 89 = \sum_{i=1}^{n=89} i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{89 \cdot (89+1)}{2} = 4005$$

Obliczamy szukane prawdopodobieństwo:

$$p(A) = \frac{\bar{A}}{\bar{\Omega}} = \frac{4005}{8010} = \frac{1}{2}$$

Ten wynik był zresztą do przewidzenia. Ponieważ treść zadania wyklucza losowanie jednakowych liczb to w każdej parze (n, m) albo pierwsza liczba jest większa, albo druga. Szanse na oba przypadki są jednakowe, więc **połowa** zdarzeń elementarnych jest sprzyjająca. **Myszę, że można użyć tego rozumowania i dać od razu "nieformalną" odpowiedź do zadania, zamiast wykonywać obliczenia tak powyżej.**

W razie pytań pisz proszę na priv.

Pozdrowienia - Antek