

Zadanie 1.

Ciało spada z wysokości 400m. Oblicz jaką ma v_p jeśli w połowie czasu spadania uzyskuje 4-krotnie większą prędkość.

Obliczymy najpierw całkowity czas t spadku ciała z wysokości $h = 400$ m, następnie weźmiemy połowę tego czasu i obliczymy prędkość ciała, którą porównamy z $4v_p$. Oznaczmy jeszcze: g - przyspieszenie ziemskie.

Przyjmijmy że początkowa prędkość v_p była skierowana **w dół**. Wtedy zależność drogi od czasu ma postać:

$$h = v_p t + \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{zatem} \quad \frac{1}{2} g t^2 + v_p t - h = 0$$

Rozwiązujemy to równanie kwadratowe ze względu na t . Bierzemy tylko dodatnie rozwiązanie czyli:

$$t = \frac{-v_p + \sqrt{v_p^2 + 2gh}}{g}$$

Po czasie $t/2$ prędkość ciała ma wynosić $4v_p$ więc:

$$4v_p = v_p + g \frac{t}{2} = v_p + \frac{g}{2} \frac{-v_p + \sqrt{v_p^2 + 2gh}}{g}$$

W ostatnim równaniu skracamy g i przenosimy wyrazy z “czystym” v_p na lewą stronę. Dostajemy to, co niżej. Podnosimy obie strony do kwadratu:

$$\frac{7}{2} v_p = \frac{1}{2} \sqrt{v_p^2 + 2gh} \quad \text{zatem} \quad 49v_p^2 = v_p^2 + 2gh$$

Stąd już łatwo wyliczyć v_p

$$v_p = \sqrt{\frac{gh}{24}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 400}{24}} \approx 12,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Jeśli ten wynik jest nieco inny niż w odpowiedzi to użyj dokładniejszej wartości $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Sprawdźmy wymiar wyniku:

$$[v_p] = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 2 na następnej stronie.

Zadanie 2.

W czasie 15s ciało zmienia swoją prędkość z 5m/s do 90km/h. Oblicz:

(a) jaką drogę pokona w 10s swego ruchu.

(b) jaką prędkość osiągnie po upływie 45s jeśli v_p tego ciała 2,5m/s

Oznaczmy dane następująco:

$v_1 = 5 \text{ m/s}$ - prędkość początkowa ciała

$v_2 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ - prędkość końcowa ciała

$\Delta t = 15 \text{ s}$ - czas w którym prędkość wzrosła od v_1 do v_2 .

Część (a)

Oznaczmy przez $t = 10 \text{ s}$ czas podany w zadaniu. Zakładamy, że liczymy ten czas od początku ruchu.

Na podstawie danych możemy określić przyspieszenie ciała a .

$$v_2 = v_1 + a \Delta t \quad \text{zatem} \quad a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

Po czasie t ciało przebędzie z tym przyspieszeniem i początkową prędkością v_1 drogę s równą:

$$s = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 = v_1 t + \frac{v_2 - v_1}{2 \Delta t} t^2$$

Wymiarem wyniku są metry, tylko trzeba v_2 wyrazić w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Jest to zrobione w danych zadania.

Postawiamy je:

$$s = 5 \cdot 10 + \frac{25 - 5}{2 \cdot 15} \cdot 10^2 = 116\frac{2}{3} \text{ m}$$

Część (b)

Treść jest dla mnie niejasna.

Wynikałoby z niej, że przyjmujemy teraz początkową prędkość $v_p = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ale przyspieszenie takie samo, jak w części (a). Jeśli mam rację to szukana prędkość v wynosi:

$$v = v_p + a t_1$$

gdzie $t_1 = 45 \text{ s}$.

Podstawiamy do wzoru przyspieszenie obliczone poprzednio i dane z zadania:

$$v = v_p + \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} t_1 = 2,5 + \frac{25 - 5}{15} \cdot 45 = 62,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mam nadzieję, że się nie pomyliłem... Pozdrowienia - Antek.